

4018

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ТГПУ)

Утверждаю  
Декан Физико-математического факультета



Макаренко А.Н.  
30 августа 2011 г.

ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
ОПД.В.05 Математический анализ

Направление 050200.62: Физико-математическое образование

Профессионально-образовательный профиль “Физика”

Степень (квалификация) выпускника: “Бакалавр физико-математического образования (физика)”



## Пояснительная записка

Математический анализ - основной раздел курса высшей математики, изучаемой в высшей школе. Понятия математического анализа являются основными и находят применение в большинстве разделов современной математики и физики.

Классический математический анализ связан с изучением переменных величин, которые изменяются непрерывным образом. При этом основным объектом изучения являются функции от переменных. Задача и предмет математического анализа состоят в изучении различных функциональных зависимостей, поведения функций и их классификация. Для этого в анализе вводится много различных понятий, определений, символов, обозначений. Некоторые понятия анализа являются важнейшими, основными. Они - эти понятия - определяли развитие анализа, а во многом и всей математики. Например, это понятия предела, непрерывности, производной, интеграла и т.п.

Математический анализ является одним из основных курсов, формирующих математическое образование студентов физико-математического факультета. Методы математического анализа лежат в основе всех физических и математических дисциплин, изучаемых на физико-математическом факультете.

### 1. Цели и задачи дисциплины:

Законы природы формулируются на языке высшей математики, на языке производных и интегралов. В процессе обучения студент должен усвоить основные понятия теории пределов и дифференциального исчисления: предел последовательности, функция, предел функции, непрерывность, производная, дифференциал. Задача курса — расширить знания студента о выше перечисленных понятиях.

Цель - Студент должен уметь вычислять пределы, брать производные и интегралы от любых функций. Важно, чтобы точные формулировки определений и теорем, для начинающих вовсе не простые, искусственно не усложняли понимание интуитивно ясных вещей.

### 2. Требования к уровню освоения содержания дисциплины:

В результате изучения дисциплины студент должен уметь:

1. вычислять пределы функций нескольких переменных;
2. дифференцировать функции нескольких переменных;
3. вычислять криволинейные интегралы, поверхностные интегралы, кратные интегралы;
4. владеть основными элементами теории поля (градиент, дивергенция, циркуляция, ...);
5. применять полученные знания по математическому анализу в других разделах математики.



### 3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		1	2	3	4
Общая трудоемкость дисциплины	80				80
Аудиторные занятия	34				34
Лекции	17				17
Практические занятия (ПЗ)	17				17
Семинары (С)					
Лабораторные работы (ЛР)					
И (или) др. виды аудиторных занятий					
Самостоятельная работа (СР)	46				46
Курсовые работы					
Расчетно-графические работы					
Рефераты					
И (или) др. виды					
Вид итогового контроля (зачет, экзамен)					Зач.

### 4. Содержание дисциплины:

#### 4.1. Разделы дисциплины и виды занятий (Тематический план)

##### 4 семестр

№	Разделы дисциплины	Лекции	Практ. занятия или семинары	Лаборат.
1	Функции нескольких переменных	2	2	
2	Теория предела для функции нескольких переменных	2	2	
3	Дифференциальное исчисление для функций нескольких переменных	6	5	
4	Криволинейные интегралы	3	4	
5	Двойной интеграл	4	4	4
6	Итого	17	17	



## 4.2. Содержание разделов дисциплины:

1. *Функции нескольких переменных:* N-мерное действительное пространство. Расстояние между точками в R. Неравенство Коши. Неравенство треугольника в R. Параллелепипед и шар в R. Окрестность точки в R. Понятие внутренней, предельной, внешней и граничной точек множества в R. Замкнутые и открытые множества. Понятие отрезка и ломаной в R. Связное множество. Область и замкнутая область. Определение ФНП. Способы задания ФНП. Область определения и множество значений ФНП. График ФНП.
2. *Теория предела для функции нескольких переменных:* Последовательность точек в R. Предел последовательности. Теоремы о пределе последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Предел ФНП. Эквивалентность двух определений предела. Свойства предела. Повторный предел. Теорема о повторном пределе. Непрерывность ФНП. Теоремы Вейерштрасса о непрерывных функциях.
3. *Дифференциальное исчисление для функций нескольких переменных:* Частные производные. Дифференцируемость. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Дифференциал функции. Производные сложной функции. Касательная плоскость и нормаль. Производная по направлению. Градиент функции и его свойства. Ряд Тейлора для ФНП. Теорема о неявной функции. Экстремум функции нескольких переменных.
4. *Криволинейные интегралы:* Криволинейные интегралы первого и второго типов и их свойства. Существование криволинейного интеграла второго типа. Сведение к определенному интегралу. Интеграл по замкнутому контуру. Ориентация плоскости. Вычисление площади с помощью криволинейного интеграла второго типа. Условие независимости криволинейного интеграла от выбора пути интегрирования. Вычисление первообразной в случае ФНП. Связь между криволинейными интегралами первого и второго типов. Физические приложения и соответствующая интерпретация основных теорем.
5. *Двойной интеграл:* Объем цилиндрического тела. Двумерная интегральная сумма. Двойной интеграл, его свойства. Условия существования и классы интегрируемых функций. Вычисление двойного интеграла. Формула Грина. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.

## 5. Лабораторный практикум

Не предусмотрен.

## 6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 6.1. Рекомендуемая литература:

а) основная литература:

1. Берман, Г.Н. Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие для вузов./ Г.Н. Берман. - С-Пб: Спец лит-ра, 2010. -432с.
2. Демидович, Б.П. Дифференциальные уравнения: учебное пособие/ Б.П. Демидович, В.П.



Моденов. - М.: Наука, 2011. – 275с.

3.Дергалев, В.П. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебно-методическое пособие/ В.П. Дергалев, А.А.Решетняк.-. Томск: Центр учебно-методической литературы ТГПУ, 2013. – 139с.

4.Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: учебное пособие для вузов/ А.Ф.Филиппов.- М.: Наука, 2010. - 174 с.

б) дополнительная литература:

1.Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Наука, 2010.

2.Матвеев Н.М.. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Высшая школа, 2013.

3.Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Наука, 2010.

4.Гутер Р.С., Янпольский А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Физматгиз, 2009.

5.Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. М.: Наука, 2012.

6.Араманович И.Г., Левин В.И. Уравнения математической физики. М.: 2009.

## **6.2. Средства обеспечения освоения дисциплины**

Рабочие программы по математике.

## **6.3. Средства обеспечения освоения дисциплины.**

При изучении дисциплины полезно посетить следующие Интернет-ресурсы, электронные информационные источники:

<http://libserv.tspu.edu.ru/> - Научная библиотека Томского государственного педагогического университета

<http://www.gpntb.ru> – Государственная публичная научно-техническая библиотека России

<http://elibrary.ru> – Научная электронная библиотека,

<http://www.lib.msu.su> – научная библиотека Московского государственного университета

<http://www.lib.berkeley.edu/> - список библиотек мира в Сети

<http://ipl.sils.umich.edu> - публичная библиотека Интернет

<http://www.riis.ru> – Международная образовательная ассоциация. Задачи – содействие развитию образования в различных областях

<http://www.knigafund.ru> - Электронно-библиотечная система "КнигаФонд"

Кроме этого в освоении дисциплины студентам помогут:

- библиотечный фонд библиотеки ТГПУ
- рабочая программа по дисциплине
- учебные тексты, предлагаемые студентам в ходе занятия
- научные статьи,
- Федеральный государственный образовательный стандарт,
- учебный план,
- учебно-методический комплекс дисциплины.

## **6.4 Материально-техническое обеспечение дисциплины.**

Учебные классы, оборудованные мультимедийным комплексом и выходом в глобальное информационное пространство.



## 7. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины.

### 7.1 Методические рекомендации преподавателю:

1. Изучив глубоко содержание учебной дисциплины, целесообразно разработать матрицу наиболее предпочтительных методов обучения и форм самостоятельной работы студентов, адекватных видам лекционных и практических занятий.

2. Необходимо предусмотреть развитие форм самостоятельной работы, выводя студентов к завершению изучения учебной дисциплины на её высший уровень.

3. В начале семестра желательно обсудить со студентами форму самостоятельной работы, обсудить критерий ее оценивания. Пакет заданий для самостоятельной работы можно выдавать в начале семестра, определив предельные сроки их выполнения и сдачи. Задания для самостоятельной работы желательно составлять из обязательной и факультативной частей.

1. Организуя самостоятельную работу, необходимо постоянно обучать студентов методам такой работы.

2. Вузовская лекция – главное звено дидактического цикла обучения. Её цель – формирование у студентов ориентировочной основы для последующего усвоения материала методом самостоятельной работы. Содержание лекции должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

-изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;

-логичность, четкость и ясность в изложении материала;

-возможность проблемного изложения, дискуссии, диалога с целью активизации деятельности студентов;

-опора смысловой части лекции на подлинные факты, события, явления, статистические данные;

-тесная связь теоретических положений и выводов с практикой и будущей профессиональной деятельностью студентов.

Преподаватель, читающий лекционные курсы в вузе, должен знать существующие в педагогической науке и используемые на практике варианты лекций, их дидактические и воспитывающие возможности, а также их методическое место в структуре процесса обучения.

При изложении материала важно помнить, что почти половина информации на лекции передается через интонацию. Учитывать тот факт, что первый кризис внимания студентов наступает на 15-20-й минутах, второй – на 30-35-й минутах. В профессиональном общении исходить из того, что восприятие лекций студентами младших и старших курсов существенно отличается по готовности и умению.

Внедрение интерактивных форм обучения – одно из важнейших направлений совершенствования подготовки студентов в современном вузе. Учебный процесс, опирающийся на использование интерактивных методов обучения, организуется с учетом включенности в процесс познания всех студентов группы без исключения. Совместная деятельность означает, что каждый вносит свой особый индивидуальный вклад, в ходе работы идет обмен знаниями, идеями, способами деятельности. Организуются индивидуальная, парная и групповая работа, используется проектная работа, осуществляется работа с различными источниками информации. Интерактивные методы основаны на принципах взаимодействия, активности обучаемых, опоре на групповой опыт, обязательной обратной связи. Создается среда образовательного общения, которая характеризуется открытостью, взаимодействием участников, равенством их аргументов, накоплением совместного знания, возможностью взаимной оценки и контроля. Виды таких занятий могут быть разнообразны: обсуждение



студентами проектов курсовых работ, рефератов, разбор нестандартных задач, проектно-исследовательская деятельность с защитой работ и т.д. В рамках данного курса возможны подготовленные встречи с ведущими преподавателя ТГПУ и других университетов, а также встречи с ведущими учеными с обсуждением актуальных вопросов современной математики, решением нестандартных задач.

При проведении аттестации студентов важно всегда помнить, что систематичность, объективность, аргументированность – главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний студентов. Проверка, контроль и оценка знаний студента, требуют учета его индивидуального стиля в осуществлении учебной деятельности. Знание критериев оценки знаний обязательно для преподавателя и студента.

Рекомендации к изучению отдельных тем курса:

*«Функции нескольких переменных»* и *«Теория предела функции нескольких переменных»*: особое внимание следует обратить на понятие области определения функции нескольких переменных, вычисление двойных и повторных пределов; преподаватель должен ввести и пояснить определение функции нескольких переменных. Здесь важно подчеркнуть значимость математического подхода к описанию различных процессов, происходящих в природе. Полезно отметить, что различные физические величины обозначаются определенными символами латинского алфавита, а функциональная зависимость между ними устанавливается на основе наблюдений и измерений этих величин. Таким образом, любой физический закон представляет собой функцию нескольких переменных. Важно научить студентов по виду функциональной зависимости определять эти независимые переменные, обозначенные разными символами.

*«Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных»*: особое внимание следует обратить на частные производные сложных и неявных функций, частные производные высших порядков, экстремум функции двух переменных, функции нескольких переменных в прикладных задачах; рекомендуем отрабатывать навыки нахождения дифференциала функции нескольких переменных на примерах физических формул, что дает возможность использования математических знаний не только при изучении физики, но и других естественных наук, которые изучают различные процессы, происходящие во времени и в пространстве. Эти навыки студенты впервые начинают использовать для вычисления погрешностей косвенных измерений при выполнении работ лабораторного практикума по физике.

*«Криволинейные интегралы»*: особое внимание следует обратить на вычисление криволинейных интегралов первого и второго, интеграл по замкнутому контуру, вычисление площади с помощью криволинейного интеграла второго типа, условие независимости криволинейного интеграла от выбора пути интегрирования, связь между криволинейными интегралами первого и второго типов, приложения криволинейных интегралов;

*«Двойные интегралы»*: особое внимание следует обратить на понятие двумерной интегральной суммы, свойства, условия существования и классы интегрируемых функций, формулу Грина, замену переменных в двойном интеграле, двойной интеграл в полярных координатах, приложения двойного интеграла;

Преподаватель должен рекомендовать студентам изучать разделы дисциплины путем прослушивания и конспектирования лекций и материалов практических занятий, а также путем самостоятельной работы с рекомендуемой учебной основной и дополнительной литературой, при необходимости использовать методические пособия и рекомендации, разработанные преподавателями кафедры математического анализа и дополнительные электронные ресурсы, представленные в научной библиотеке ТГПУ. Преподавателям рекомендуется использовать дополнительную методическую



литературу, в частности: Куваев М.Р. Методика преподавания математики в вузе./ Под ред. Н.Ф.Пестовой.- Томск: Изд-во ТГУ.-1990.

### 7.2 Методические рекомендации для студентов.

Студентам предлагается использовать указанную литературу и методические рекомендации, разработанные сотрудниками кафедры математического анализа ТГПУ для более прочного усвоения учебного материала, изложенного на лекциях, а также для изучения материала, запланированного для самостоятельной работы. Студентам необходимо выполнить индивидуальные задания по основным темам курса. Задания, вынесенные на самостоятельную работу, проверяются преподавателем в течение семестра. Оценки за индивидуальные задания и самостоятельную работу учитываются при выставлении оценок на экзаменах.

Целью самостоятельной работы, т.е. работы, выполняемой студентами во внеаудиторное время по заданию и руководству преподавателя является глубокое понимание и усвоение курса лекций и практических занятий, подготовка к выполнению контрольных работ, к выполнению семестрового задания, к сдаче экзамена, овладение профессиональными умениями и навыками деятельности, опытом творческой, исследовательской деятельности.

Для успешной подготовки и сдачи экзамена необходимо проделать следующую работу:

1. Изучить теоретический материал, относящийся к каждому из разделов.
2. Выработать устойчивые навыки в решении типовых практических заданий.
3. Выполнить контрольные работы, проводимые в течение семестра.

### Дополнительная литература для более детального изучения тем дисциплины:

Темы 1-3: Морозова В.Д. Введение в анализ: учебник для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана.- 1996.

Темы 4-8: Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: уч. пособие. /Н.С.Пискунов. - М.: Наука.- 1985.; Тер-Крикоров А.М. Курс математического анализа: учебное пособие для вузов./ А.М.Тер-Крикоров, М.И. Шабунин. — М.: ФИЗМАТ-ЛИТ.-2001.; /Под ред. Кибзуна А.И. - М.: Физматлит.- 2002.

Темы 8-11: Бахтизин Р.Н. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных: методические указания для студентов./ Р.Н.Бахтизин. – Уфа: Издательство УГНТУ.-2007.;

Канатников А.Н. Дифференциальное исчисление функций многих переменных: учебник для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана.- 2000.;

Темы 12-14: Ляшко И.И., Боярчук А.К. Математический анализ: ряды, функции векторного аргумента: учебное пособие по высшей математике./И.И.Ляшко, А.К. Боярчук. - М.: Едиториал УРСС.- 2003.; Виленкин Н.Я. Ряды. /Н.Я.Виленкин.- М., Просвещение.- 1982.

Темы 15-19: Булатов В.М. Тройной интеграл: методические указания для студентов/ В.М.Булатов. - Ульяновск: УлГТУ.- 1997.; Гаврилов В.Р. Кратные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля: учебник для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. - 2-е изд., стереотип. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана.- 2003.

### 8. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

Для самостоятельной работы студентам рекомендуется использовать указанную литературу и учебно-методические рекомендации разработанные на кафедре. Студентам необходимо



выполнить индивидуальные задания по основным темам курса, оценки за которые учитываются при выставлении экзаменационных оценок.


8.1. Примерный перечень вопросов к зачету:

**4 семестр**

Определение функции нескольких переменных (ФНП).

6. Предел функции нескольких переменных.
7. Непрерывность ФНП.
8. Частные производные и частные дифференциалы первого порядка.
9. Дифференцируемость ФНП. Полный дифференциал.
10. Производные и дифференциалы сложной функции.
11. Геометрический смысл полного дифференциала.
12. Производная по направлению. Градиент.
13. Производные и дифференциалы высших порядков.
14. Формула Тейлора для ФНП.
15. Экстремумы ФНП.
16. Криволинейный интеграл 1 рода. Криволинейный интеграл 2 рода. Связь между криволинейными интегралами 1 и 2 рода.
17. Двойной интеграл.
18. Замена переменных в двойном интеграле.


Рабочая программа учебной дисциплины составлена в соответствии с учебным планом, федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки 050200.62 профессионального образования - профиль (Физика).

Рабочая программа учебной дисциплины составлена:  
Специалист по учебно-воспитательной работе  /Дергалев В.П./

Рабочая программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа

протокол №1 от 30 августа 2011 г.

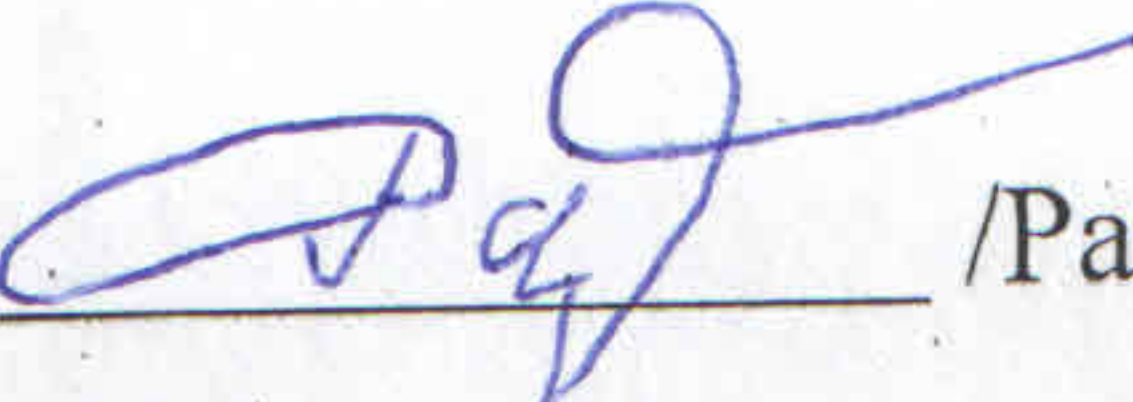
Заведующий кафедрой

 /Лавров П.М./

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена методической комиссией физико-математического факультета

Протокол №5 от 30 августа 2011 г.

Председатель методической комиссии

 /Разина Г.К./